PART3　組分け

例題

8 個の異なるお菓子を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　5 個，2 個，1 個の 3 組に分ける

(2)　2 個ずつ 4 人の子供に分ける

(3)　4 個ずつ 2 組に分ける。

(4)　4 個，2 個，2 個の 3 組に分ける。

Point Pickup

練習

9 人を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　4 人，3 人，2 人の 3 組に分ける。

(2)　3 人ずつ 3 組に分ける。

(3)　5 人，2 人，2 人の 3 組に分ける。

第 3 講　PART3　確認問題

1　12 人を 6 人，4 人，2 人の 3 組に分ける方法は

[アイウエオ] 通りある。

2　12 人を 4 人ずつ 3 組に分ける方法は [カキクケ] 通りある。

3　12 人を 6 人，3 人，3 人の 3 組に分ける方法は [コサシス]

通りある。

PART3　組分け

例題

8個の異なるお菓子を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　5個，2個，1個の3組に分ける

(2)　2個ずつ4人の子供に分ける

(3)　4個ずつ2組に分ける。

(4)　4個，2個，2個の3組に分ける。

(1)　8個から5個を選び，次に残った3個から2個を選ぶと，残りの1個は自動的に決まる。

よって，分け方の総数は

$$ {}_8C_5\times{}_3C_2={}_8C_3\times{}_3C_1=\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}\times3=168\ (\text{通り}) $$

(2)　$ {}_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2=\dfrac{8\cdot7}{2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=2520\ (\text{通り}) $

(3)　2組をA，Bとすると，A，Bに4個ずつ分ける方法は

$$ {}_8C_4=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=70\ (\text{通り}) $$

A，Bの区別をなくすと，同じ分け方になるものが2!通りずつ存在する。

よって，求める分け方の総数は　$\dfrac{70}{2!}=\dfrac{70}{2}=35\ (\text{通り})$

(4)　3組をA，B，Cとすると，Aに4個，B，Cに2個ずつ分ける方法は

$$ {}_8C_4\times{}_4C_2=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{4\cdot3}{2\cdot1}=420\ (\text{通り}) $$

B，Cの区別をなくすと，同じ分け方になるものが2!通りずつ存在する。

よって，求める分け方の総数は　$\dfrac{420}{2!}=\dfrac{420}{2}=210\ (\text{通り})$

練習

9 人を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　4 人，3 人，2 人の 3 組に分ける。

(2)　3 人ずつ 3 組に分ける。

(3)　5 人，2 人，2 人の 3 組に分ける。

(1)　9 人から 4 人選び，次に残った 5 人から 3 人選ぶと，残りの 2 人は自動的に決まる。

よって，分け方の総数は

$${}_9C_4 \times {}_5C_3 = {}_9C_4 \times {}_5C_2 = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \frac{5\cdot4}{2\cdot1} = 1260\ (\text{通り})$$

(2)　3 組を A，B，C とすると，A，B，C に 3 人ずつ分ける方法は

$${}_9C_3 \times {}_6C_3 = \frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1} \times \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = 1680\ (\text{通り})$$

A，B，C の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 3! 通りずつ存在する。

よって，求める分け方の総数は　$\dfrac{1680}{3!} = \dfrac{1680}{6} = 280\ (\text{通り})$

(3)　3 組を A，B，C とすると，A に 5 人，B，C に 2 人ずつ分ける方法は

$${}_9C_5 \times {}_4C_2 = {}_9C_4 \times {}_4C_2 = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \frac{4\cdot3}{2\cdot1} = 756\ (\text{通り})$$

B，C の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 2! 通りずつ存在する。

よって，求める分け方の総数は　$\dfrac{756}{2!} = \dfrac{756}{2} = 378\ (\text{通り})$

第 3 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイウエオ：13860

[解説]

12 人から 6 人選び，次に残った 6 人から 4 人選ぶと，残りの 2 人は自動的に決まる。

よって，分け方の総数は

$${}_{12}C_6\times{}_6C_4={}_{12}C_6\times{}_6C_2 \quad \text{[A]}$$

$$=\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{6\cdot5}{2\cdot1}$$

$$=\mathbf{13860}\text{（通り）}$$

[A]　分ける組がすべて区別でき，かつ各組に振り分ける個数が明確な場合，組合せを用いて組分けを行うことができる。

2

[正解] カキクケ：5775

[解説]

3 組を A，B，C とすると，A，B，C に 4 人ずつ分ける方法は

$${}_{12}C_4\times{}_8C_4=\frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}$$

$$=34650\text{（通り）}$$

A，B，C の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 3! 通りずつ存在する。[B]

よって，求める分け方の総数は

$$\frac{{}_{12}C_4\times{}_8C_4}{3!}$$

$$=\frac{34650}{3\cdot2\cdot1}$$

$$=\mathbf{5775}\text{（通り）}$$

[B]　組に振り分ける個数が同じ，かつ組に名前がなく，区別できない組が n 組ある場合は，名前をつけて組を区別した組分けを行い，その結果を $n!$ で割るとよい。

3 **[正解]** コサシス：9240

[解説]

3 組を A，B，C とすると，A に 6 人，B，C に 3 人ずつ分ける方法は

$$ {}_{12}C_6 \times {}_6C_3 = \frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} $$

$$ = 18480 \text{（通り）} $$

B，C の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 2! 通りずつ存在する。 [C]

よって，求める分け方の総数は

$$ \frac{18480}{2!} = \frac{18480}{2} = \mathbf{9240} \text{（通り）} $$

［C］ 3 人ずつ 2 組に分け，組の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 2! 通りずつ存在する。